



TERCEROS MEDIOS COMPETENCIAS NUMÉRICAS ACT4

Preguntas resueltas

1. Tomás gastó $\frac{1}{5}$ de su dinero en comprar ropa. De lo que le queda, gasta $\frac{1}{8}$ en comprar calzado. Si en un principio tenía \$ 1.200.000, ¿cuál es la fracción, respecto, del total, que representa el dinero que le queda a Tomás?

A) $\frac{3}{10}$

B) $\frac{7}{10}$

C) $\frac{7}{30}$

D) $\frac{13}{40}$

E) $\frac{27}{40}$

Resolución:

Tomás tiene \$ 1.200.000, luego hace los siguientes pasos:

- Ropa $\frac{1}{5}$ de \$ 1.200.000, esto es $\frac{1.200.000}{5} = 240.000$, es decir, gasta \$240.000 y le quedan $\$(1.200.000-240.000) = \$ 960.000$.
- Calzado: $\frac{1}{8}$ de \$960.00, esto es $\frac{960.000}{8} = 120.000$, es decir, gasta \$ 120.000 y le quedan $\$(960.000-120.000) = \$ 840.000$.

Para calcular la fracción que representa el dinero restante, se debe hacer lo siguiente:

$$\frac{\text{Dinero restante}}{\text{Total dinero}} = \frac{840.000}{1.200.000} = \frac{84:12}{120:12} = \frac{7}{10}$$

Entonces, alternativa B) $\frac{7}{10}$ y observamos lo necesario que es simplificar.

2. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones resulta(n) 1?

I. $\frac{0,5 \cdot 0,5}{4^{-1}}$

II. $\frac{(\sqrt{7})^0 + 0,01^2}{1.000}$

III. $\frac{\log \frac{1}{10}}{(-1)^{1,021}}$

A) Solo I

B) Solo II

C) Solo III

D) Solo I y II

E) Solo I y III

Resolución:

En I, se tiene que: $\frac{0,5 \cdot 0,5}{4^{-1}} = \frac{0,25}{\frac{1}{4}} = 4 \cdot 0,25 = 1$ (se aplicó $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, con $n = 1$)

En II, se tiene que: $\frac{(\sqrt{7})^0 + 0,01^2}{1.000} = \frac{1 + 0,0001}{1.000} = \frac{1,0001}{1.000} = 0,0010001$. (se aplicó $a^0 = 1$)

En III, se tiene que: $\frac{\log \frac{1}{10}}{-1^{1,021}} = \frac{\log 1 - \log 10}{-1} = \frac{0 - 1}{-1} = \frac{-1}{-1} = 1$ (nos obliga revisar logaritmos)

De lo anterior se observa que las expresiones I y III son iguales a

Respuesta:

2.

A

B

C

D

E

3. El número $x = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, con $a, b \in \mathbb{Z}^+$, es un número irracional si:

- (1) $\sqrt{a} \in \mathbb{Z}^+$
(2) ab no es un cuadrado perfecto.
- A) (1) por sí sola.
B) (2) por sí sola.
C) Ambas juntas, (1) y (2).
D) Cada una por sí sola, (1) o (2).
E) Se requiere información adicional.

Resolución:

Al considerar la información dada en (1) no se puede *asegurar* que la expresión $x = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ es un número racional, ya que no se entrega mayor información respecto de b ; solo se sabe que $b \in \mathbb{Z}^+$. Si $\sqrt{a} = c \in \mathbb{Z}^+$, se tiene que

$$x = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{c}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{c}{b} \sqrt{b}$$

y la expresión \sqrt{b} no es necesariamente un número irracional

Si se considera la información entregada en (2), se sabe que la expresión ab no es un cuadrado perfecto, es decir \sqrt{ab} es un número irracional y entonces

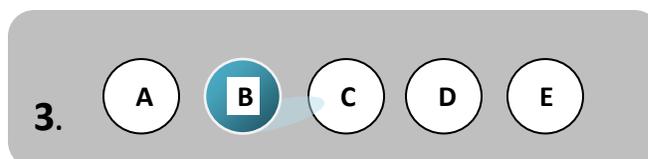
$$x = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b},$$

donde el numerador es un número irracional y el denominador es un número entero positivo. Luego, el cociente entre un número irracional y un entero positivo es un número *irracional*.

Observaciones y comentarios:

En este tipo de preguntas o se pide resolver el problema planteado, sino que *verificar* si los datos proporcionados en su enunciado más la información entregada en (1) o (2) son *suficientes* para resolver el problema.

Respuesta:



1. El resultado de la expresión $(-3) \cdot (-2)^2 + (-2)^3$: 2

Operatoria en \mathbb{Z}

- A) 32 B) 14 C) -16 D) -10 E) $\frac{17}{2}$

2. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones es(son) verdadera(s)?

Operatoria en \mathbb{Z}

- I. $3 \cdot (-2) = -6$
II. $3 \cdot (-3) < (-5)^2$
III. $3^2 > 2^3$

- A) Solo I B) Solo I y II C) Solo II y III D) Solo I y III E) I, II y III

3. El valor de $-3 + 3:3 - 3 \cdot 3$, es igual a:

Operatoria en \mathbb{Z}

- A) 0 B) -3 C) -9 D) -11 E) -12

4. El resultado de la expresión $\frac{8}{7} \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{8}\right)$ es:

Racionales, \mathbb{Q}

- A) $\frac{8}{10}$ B) $\frac{8}{21}$ C) $\frac{1}{35}$ D) $\frac{1}{40}$ E) $\frac{23}{280}$

5. Una fracción con numerador y denominador positivo aumenta su valor si:

Racionales, \mathbb{Q}

- I. El numerador aumenta
II. El denominador aumenta
III. El denominador disminuye

- A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Solo I y II E) Solo I y III

6. En un curso de 40 estudiantes, los $\frac{5}{8}$ del total son niños. Si a mediados de año ingresan al curso 5 niñas, ¿cuál es la fracción, respecto del total, que representa a las niñas del curso?

Racionales, \mathbb{Q}

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

7. ¿Qué tipo de número es $(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2$?

Operatoria en \mathbb{R}

- A) Un número entero B) Un número decimal finito C) Una fracción impropia D) Un número decimal periódico E) Un número decimal infinito no periódico

8. ¿Cuál de los siguientes números es un racional ubicado entre $\sqrt{2}$ y $\sqrt{5}$?

Operatoria en \mathbb{R}

- A) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) 1

9. Sea \mathbb{Q} el conjunto de los números racionales, \mathbb{Q}^* el conjunto de los números irracionales y \mathbb{R} el conjunto de los números reales. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I. $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}^* = \mathbb{R}$
II. $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^* = \mathbb{R}$
III. $\mathbb{R} \cap \mathbb{Q}^* = \mathbb{Q}^*$

Operatoria en \mathbb{R}

- A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Solo I y II E) Solo II y III

10. La potencia 8^5 tiene el mismo valor que la(s) potencia(s):

- I. 4^{10}
- II. 2^{15}
- III. 4^8

A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Solo I y II E) Solo II y III

11. ¿Cuál es el resultado de $5^2 + 12^2$?

A) 11^2 B) 12^2 C) 13^2 D) 17^2 E) 17^4

12. ¿Cuál es el resultado de $25^2 - 24^2$?

A) 1^2 B) 3^2 C) 5^2 D) 6^2 E) 7^2

13. ¿Cuánto es $\sqrt[3]{-\frac{8}{125}}$?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{4}{25}$ C) $-\frac{2}{5}$ D) $-\frac{4}{25}$ E) $-\frac{2}{25}$

14. El valor de $\sqrt{0,0256}$ es:

A) 1,6 B) 0,16 C) 0,016 D) 0,106 E) 1,06

15. El resultado de $\sqrt{169 - 144}$ es:

A) 1 B) 5 C) 13 D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{15}$

16. Si $A = \log x$, con $x > 1$, $B = \log\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ y $C = \log(x + 1)$, se cumple que:

- A) $A + B = C$
- B) $A + B + C = 0$
- C) $A + C = B$
- D) $B + C = A$
- E) Ninguna de las anteriores

17. La siguiente expresión relaciona los decibeles D según la intensidad T de un amplificador

$$D = 10 \cdot \log(T \cdot 10^{12})$$

Si en un amplificador de sonido se triplica la intensidad, ¿en cuánto aumentan los decibeles si $\log 3 \approx 0,477$?

- A) Aproximadamente 4 unidades
- B) Aproximadamente 5 unidades
- C) Aproximadamente 10 unidades
- D) Aproximadamente 12 unidades
- E) Ninguna de las anteriores

18. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

- A) El logaritmo de una potencia es igual al producto entre el exponente de la potencia y el logaritmo de la base de la potencia.
- B) Si $a \in \mathbb{R} - \{1\}$, entonces $\log_a a = 1$.
- C) Si $a \in \mathbb{R} - \{1\}$, entonces siempre se cumple que $\log_{10} a = \log_a 10$.
- D) Dos logaritmos son la misma base sí y solo si sus argumentos son iguales.
- E) Si $a > 0$, entonces $\log a < a$.

19. ¿Cuál(es) de las siguientes igualdades es (son) siempre verdadera(s)?

- I. $a = b \cdot \log_b a$
- II. $\log_b a \cdot \log_a b = 1$
- III. $\log_b \frac{1}{b} \cdot \log_a a = 0$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo II y III
- D) Solo I y II
- E) I, II y III

20. Al aplicar la definición de logaritmo a la expresión $\log_3 5 = a$, resulta:

- A) $a^3 = 5$
- B) $a^5 = 3$
- C) $5^3 = a$
- D) $3^5 = a$
- E) $3^a = 5$

21. ¿Cuál es el valor de $\log_3 27$?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 0,4
- E) 0,5

22. ¿Cuál es el valor de la expresión $\log_2 128 + \log 100 - \log_5 625$?

- A) -10
- B) -5
- C) 5
- D) 10
- E) 397

23. Si $\log 2 \approx 0,30$ y $\log 3 \approx 0,47$, cuál es el valor de la expresión $\log 48 + \log 6 - \log 108$?

- A) 0,17
- B) 0,43
- C) 0,9
- D) 1,07
- E) 1,37

24. ¿Cuál es el valor de la expresión $\log_2 5 \cdot \log_5 8$?

- A) $\log 40$
- B) $\log_2 40$
- C) $\log 4$
- D) 3
- E) $\log 8$

25. Si $A = \log_{15} 5$, ¿cómo se escribe $\log_{15} 81$, en términos de A?

- A) $2A$
- B) $4A$
- C) $1 - A$
- D) $A + 5$
- E) $4 \cdot (1 - A)$

Soluciones de Actividad 03

1. D	2. C	3. B	4. D	5. B	6. E	7. D*	8. C	9. D	10. C
11. B	12. A	13. D	14. C	15. D					

Observación: Alternativa D), para pregunta número 7.-, guía 03.

Dice: D) -86 , que es incorrecto
 y debe decir: D) -8 , que es correcto.