

Esperanza Matemática

Objetivo : Aplicar e interpretar el concepto de valor esperado de una variable aleatoria discreta.

Definimos Esperanza Matemática:

La esperanza matemática, también llamada valor esperado, es igual a la sumatoria de las probabilidades de que exista un suceso aleatorio, multiplicado por el valor del suceso aleatorio. O, dicho de otra forma, **el valor medio** de un conjunto de datos. Teniendo en cuenta, eso sí, que el término esperanza matemática está acuñado por la teoría de la probabilidad. Mientras que en matemáticas, se denomina media matemática al valor promedio de un suceso que ha ocurrido. En distribuciones discretas con la misma probabilidad en cada suceso la media aritmética es igual que la esperanza matemática.

Sea x una variable aleatoria discreta con función de probabilidad $f(x)$ entonces se define:

$$E(x) = \sum_{i=1}^n x_i f(x_i) = x_1 \bullet P(x_1) + x_2 \bullet P(x_2) + x_3 \bullet P(x_3) + \dots + x_n \bullet P(x_n)$$

¿Qué significa esta fórmula?.

Es un promedio que se obtiene por la sumatoria del producto de cada variable aleatoria discreta por su respectiva probabilidad.

Ejemplo 1

Según la información de la tabla determine la $E(x)$

X_i	0	1	2	3
$f(x_i)$	0,3	0,2	0,4	0,1

$$E(x) = 0 \bullet 0,3 + 1 \bullet 0,2 + 2 \bullet 0,4 + 3 \bullet 0,1 = 0 + 0,2 + 0,8 + 0,3 = 1,3$$

Ejemplo 2

Se x representa el número de materias que los estudiantes de la Universidad deben inscribir en el primer Semestre y su función de probabilidad está dada por:

X	2	3	4	5	6	7
$F(x)$	0,01	0,01	0,03	0,08	0,85	0,02

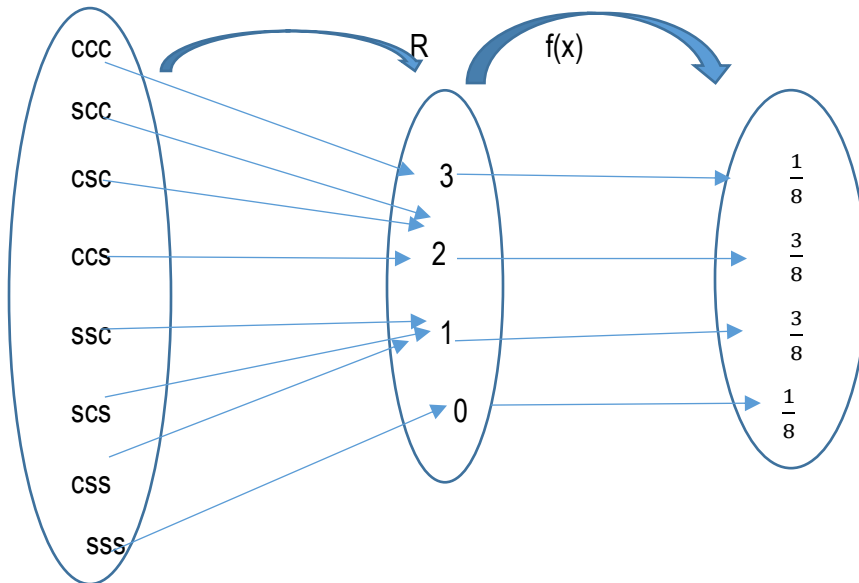
$$\text{Determinar } E(x) = 2 \bullet 0,01 + 3 \bullet 0,01 + 4 \bullet 0,03 + 5 \bullet 0,08 + 6 \bullet 0,85 + 7 \bullet 0,02$$

$$E(x) = 0,02 + 0,03 + 0,12 + 0,4 + 5,1 + 0,14 = 5,81$$

Ejemplo 3

Recordaremos el ejemplo clásico de lanzar tres monedas

Consideremos la variable aleatoria del número de caras al lanzar 3 monedas.



Tenemos 8 elementos del espacio muestral, luego le asociamos la variable aleatoria según el número de caras obtenido en cada elemento del espacio muestral y le asociamos la función de probabilidad.

Ahora agregaremos el concepto de Esperanza Matemática.

A cada elemento de la variable aleatoria le multiplicamos por su respectiva probabilidad. Y luego sumamos todas ellas y así obtenemos el promedio esperado.

Por lo tanto resolvamos la pregunta.

$$E(x) = \sum_{i=1}^n x_i f(x_i) = 3 \cdot \frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{3}{8} + 1 \cdot \frac{3}{8} + 0 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{8} + \frac{6}{8} + \frac{3}{8} + \frac{0}{8} = \frac{12}{8} = 1,5$$

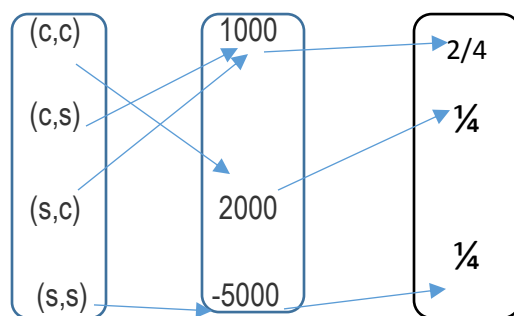
Luego el valor esperado es 1,5

Para qué se utiliza la esperanza matemática?

La esperanza matemática se utiliza en todas aquellas disciplinas en las que la presencia de sucesos probabilísticos es inherente a las mismas. Disciplinas tales como, la estadística teórica, la física cuántica, la econometría, la biología o los mercados financieros. Una gran cantidad de procesos y sucesos que ocurren en el mundo son inexactos.

Ejemplo 4

Un jugador lanza dos monedas ,gana \$1.000 o \$2.000 si aparece una o dos caras ,por otra parte pierde 5.000 si no aparece cara .Determinar la esperanza Matemática del juego y si éste es favorable.



Determinamos la esperanza Matemática

$$E(X) = 1000 \cdot \frac{2}{4} + 2000 \cdot \frac{1}{4} - 5000 \cdot \frac{1}{4} =$$

$$\frac{2000}{4} + \frac{2000}{4} - \frac{5000}{4} = -\frac{1000}{4} = -250$$

Por lo tanto al ser una cantidad negativa

No es favorable el juego.

ACTIVIDAD

1. Según la información de la tabla determine la $E(x)$

X_i	0	1	2	3
$f(x_i)$	0,5	0,3	0,1	0,1

2. Se x representa el número de veces que un alumno intenta encontrar cierta información relacionada con las asignaturas durante una semana y su función de probabilidad está dada por:

X	1	3	8	5	2	9
$F(x_i)$	0,02	0,04	0,19	0,08	0,55	0,12

¿Cuál es la esperanza de búsqueda de la información del alumno ,según el número de intentos durante 6 días?

3. Un jugador lanza un dado corriente ,si sale 1 o número primo gana ,gana tantos cientos de Euros como marca el dado ,pero si no sale número primo ,pierde tantos cientos de euros como marca el dado .Determinar la función de probabilidad y la Esperanza Matemática.

4. Si una persona compra un número de rifa ,en la que puede ganar \$5.000 como primer premio o un segundo premio \$2000. ¿Cuál sería el precio justo a pagar por el número de rifa?.

5. Sea x el número de autos vendidos en un día en una tienda. Calcular el valor esperado de x a partir de su función de probabilidad.

x	0	1	2	3
$f(x)$	0,60	0,25	0,10	0,05

¿Cuál es el valor esperado o Esperanza Matemática?

¿Cuál es la cantidad de autos que debería vender en 30 días hábiles?

6. En una bolsa se tienen 8 fichas, 6 son rojas y 2 negras. El juego consiste en sacar una ficha, si es roja pierde \$50 y gana \$200 si es negra. ¿Cuál es la esperanza matemática?

Correo de Profesores de 4° Medio

Nombre	correo
María Ester Aliaga	mariaesteraliaga@maxsalas.cl
Luis Lopez	luislopez@maxsalas.cl
José Luis Orellana	joseluisorellana63@gmail.com
Arturo García	afgarar@gmail.com
Oscar Aldunce	aldunceantonio@gmail.com