GUÍA DE MATEMÁTICA FUNCIÓN CUADRÁTICA 2

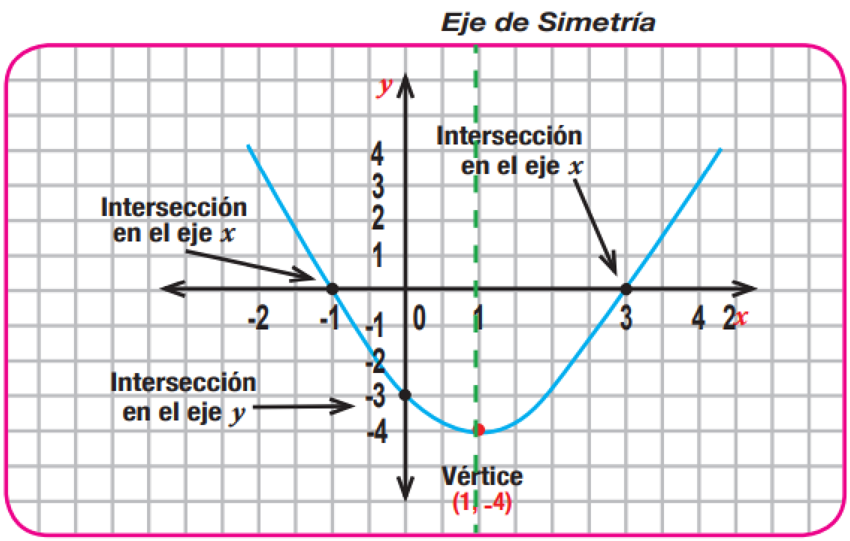
OTROS ELEMENTOS IMPORTANTES DE LA PARÁBOLA

En el gráfico de una parábola, además de su concavidad, se pueden apreciar los siguientes elementos importantes:

- Eje de simetría
- Vértice
- Intercepto o valor de intersección en el eje Y
- Ceros o valores de intersección en el eje X

Ejemplo: $f(x) = x^2 – 2x – 3$, $a = 1 > 0$

Al graficar la función cuadrática dada, podemos observar el intecepto, los ceros, el vértice y ele eje de simetría.



EJE DE SIMETRÍA DE LA PARÁBOLA

En el tipo de funciones cuadráticas que estamos estudiando: $f(x)=ax^2+bx +c$, $a \neq 0$, el eje de simetría es una recta vertical paralela al eje Y que atraviesa la gráfica de manera que cada rama de ésta, separada por el eje, es el "reflejo" de la otra, asumiendo la idea de que éste simula un espejo.El eje de simetría intersecta a la parábola en el vértice. La fórmula para determinar el Eje de Simetria es:

$$\boxed{x = \frac{-b}{2a}}$$

Ejemplo

Observe cómo determinar el eje de simetría:

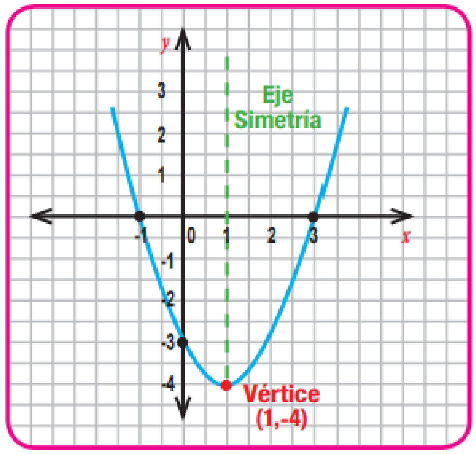
$f(x) = x^2 - 2x - 3$

Como $a = 1$, $b = -2$, $c = -3$ calculamos las coordenadas del punto de vértice, haciendo uso de la valoración de la expresión algebraica:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$x = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$$

Eje de simetría $\boxed{x = 1}$



ACTIVIDAD En cada una de las funciones cuadráticas, determine el eje de simetría:

$f(x) = x^2 - 4x + 3$

Eje de simetría

$f(x) = 12x - 2x^2$

Eje de simetría

$f(x) = 2x^2 - 8x$

Eje de simetría

$f(x) = -x^2 - 12x + 3$

Eje de simetría

VÉRTICE DE LA PARÁBOLA

Al esbozar la gráfica de la función cuadrática: $f(x)= ax^2+ bx +c$, $a\neq 0$, a, b, c $\in$ Reales observamos que dependiendo de la orientación de la parábola, esta presenta un punto en el plano cartesiano, que es **mínimo** si se abre hacia arriba (cóncava), o **máximo** se abre hacia abajo (convexa), este punto se denomina **vértice de la parábola** y se puede determinar a través de la expresión:

$$V= \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$$

EJEMPLO: Observe detenidamente el cálculo del vértice de la parábola.

$f(x) = x^2 - 2x - 3$

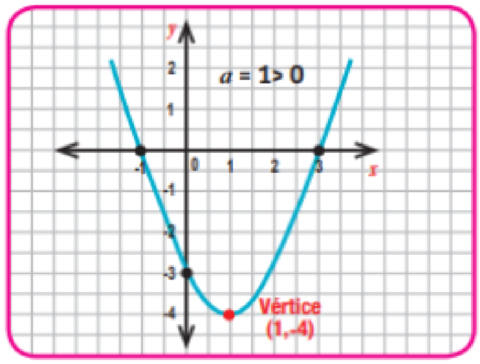
Los coeficientes son: $a = 1, b = -2, c = -3$

$$V = \left(\frac{-(-2)}{2(1)}, \frac{4(1)(-3)-(-2)^2}{4(1)}\right)$$

$$V= \left(\frac{2}{2}, \frac{-12-4}{4}\right)$$

$$V= \left(1, \frac{-16}{4}\right)$$

$$V= (1, -4)$$



ACTIVIDAD En cada una de las funciones cuadráticas, determine su vértice.

$f(x) = x^2 - 4x + 3$	$f(x) = 12x - 2x^2$
Vértice	Vértice

$f(x) = x^2 - 4x - 5$

Vértice

$f(x) = 3x^2 - 15x + 6$

Vértice

$f(x) = 2x^2 - 8x$

Vértice

$f(x) = -x^2 - 12x + 3$

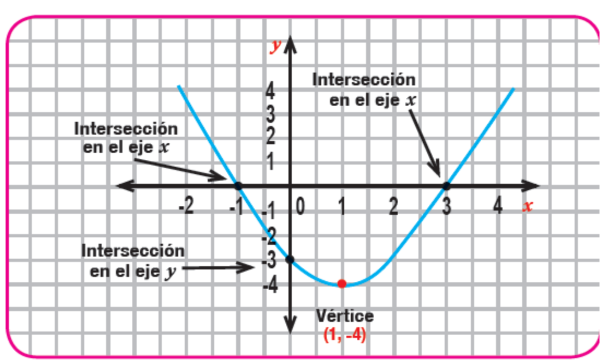
Vértice

INTERSECCIÓN CON LOS EJES: INTERCEPTO Y CEROS

1) **INTERCEPTO:** Se llama así al valor donde la gráfica de la función intercepta al eje ***y***. Para determinar este valor se reemplaza ***x*** por 0 en la ecuación de la función. Así, $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{f}(0)$ es el valor en que la gráfica corta al eje ***y***. Es evidente que, dada la función cuadrática, $f(x) = ax^2 + bx + c$, ***c*** es el intercepto.

2) **CEROS:** Se llaman así a los valores donde la gráfica de la función intercepta al eje ***X***. Para determinar la intersección con el eje ***x***, se iguala la función a 0 y se resuelve la ecuación cuadrática. Así, al hacer en la ecuación $\boldsymbol{y} = 0$, y resolver $\boldsymbol{f(x)} = 0$, se determinan los ceros de la función. La cantidad de ceros puede ser 2, 1 o 0, caso último en que la gráfica no intercepta al eje ***X***.

Ejemplo: $f(x) = x^2 - 2x - 3,\ a = 1 > 0$



1) Intersección con el eje y :

Se evalúa x = 0. Luego:

$f(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 - 3 = -3$

$\therefore$ La intersección con el eje y es (0,-3)

2) Intersección con el eje y :

Al igualar a cero la función cuadrática se obtien la ecuación cuadrática: $\boldsymbol{f(x) = x^2 - 2x - 3 = 0}$, que resolvemos usando la expresión:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad a = 1; \quad b = -2; \quad c = -3$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$x_1 = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3 \qquad x_2 = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$\therefore$ Las intersecciones con el eje x son:

(3, 0) y (-1, 0)

ACTIVIDAD **En cada una de las funciones cuadráticas, determine las intersecciones con sus ejes:**

a) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

Intersecciones eje x

Intersección eje y

b) $f(x) = 2x^2 - 8x$

Intersecciones eje x

Intersección eje y

c) $f(x) = x^2 - 4x - 5$

Intersecciones eje x

Intersección eje y

d) $f(x) = 12x - 2x^2$

Intersecciones eje x

Intersección eje y

e) $f(x) = -x^2 - 12x + 3$

Intersecciones eje x

Intersección eje y

f) $f(x) = 3x^2 - 15x + 6$

Intersecciones eje x

Intersección eje y