Guía de cuarto medio:
elementos de una parábola

En el gráfico de una parábola, además de su concavidad, se pueden apreciar los siguientes elementos importantes:

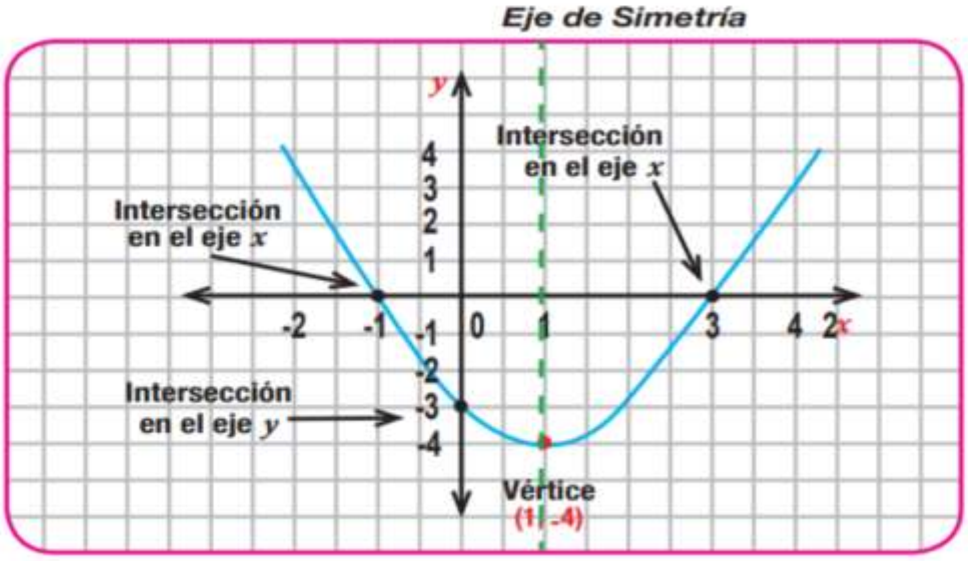
- Eje de simetría
- Vértice
- Intercepto o valor de intersección en el eje Y
- Ceros o valores de intersección en el eje X

- Eje de simetría de la parábola

Ejemplo: $\boxed{f(x) = x^2 - 2x - 3,\ a = 1 > 0}$

Al graficar la función cuadrática dada, podemos observar el intercepto, los ceros, el vértice y el eje de simetría:

Eje de Simetría



En el tipo de **funciones cuadráticas** que estamos estudiando: $f(x)=ax^2+bx+c$.

$a \neq 0$, el **eje de simetría** es una recta vertical paralela al eje **Y** que atraviesa la gráfica de manera que cada rama de ésta, separada por el eje, es el **"reflejo"** de la otra, asumiendo la idea de que éste simula un espejo.

El eje de simetría intersecta a la parábola en el vértice. La fórmula para determinar el **Eje de Simetría es:**

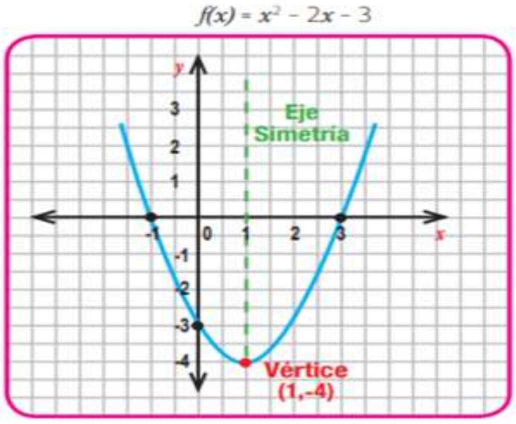
$$\boxed{x = \frac{-b}{2a}}$$

Recuerda que esta fórmula siempre se va a ocupar para identificar el eje de simetría.

Ejemplo

Observe cómo determinar el eje de simetría:

$f(x) = x^2 - 2x - 3$



Como $a = 1$, $b = -2$, $c = -3$ calculamos las coordenadas del punto de vértice, haciendo uso de la valoración de la expresión algebraica:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$x = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$$

Eje de simetría $\boxed{x = 1}$

ACTIVIDAD En cada una de las funciones cuadráticas, determine el eje de simetría:

$f(x) = x^2 - 4x + 3$ Eje de simetría	$f(x) = 12x - 2x^2$ Eje de simetría
$f(x) = 2x^2 - 8x$ Eje de simetría	$f(x) = -x^2 - 12x + 3$ Eje de simetría

---

- **Vértice de la parábola**

Al esbozar la gráfica de la función cuadrática: **$f(x)=ax^2+bx+c$, $a \neq 0$, a,b,c $\in$** Reales (números reales), observamos que dependiendo de la orientación de la parábola, esta presenta un punto en el plano cartesiano, que es **mínimo** si se abre hacia arriba (cóncava), o **máximo** se abre hacia abajo (convexa), este punto se denomina **vértice de la parábola** y se puede determinar a través de la expresión:

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

Las funciones cuadráticas tienen un máximo (si a<0) o un mínimo (si a>0).

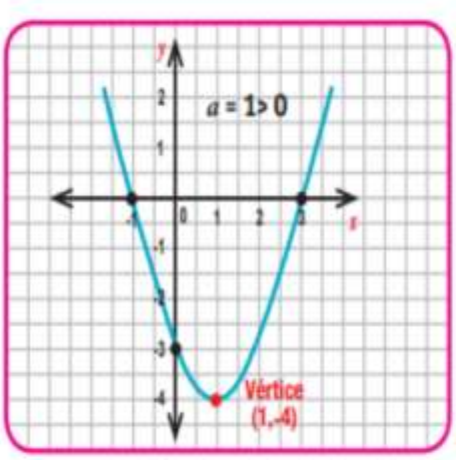
Este punto es el vértice de la parábola.

Ejemplo:

Observe detenidamente el cálculo del vértice de la parábola.

$f(x) = x^2 - 2x - 3$

Los coeficientes son: $a = 1$, $b = -2$, $c = -3$



$$V = \left(\frac{-(-2)}{2(1)}, \frac{4(1)(-3)-(-2)^2}{4(1)}\right)$$

$$V = \left(\frac{2}{2}, \frac{-12-4}{4}\right)$$

$$V = \left(1, \frac{-16}{4}\right)$$

$$V = (1, -4)$$

Debes reemplazar los valores de a,b y c en la fórmula del vértice y resolver las operaciones indicadas

ACTIVIDAD En cada una de las funciones cuadráticas, determine su vértice.

$f(x) = x^2 - 4x + 3$

Vértice

$f(x) = 12x - 2x^2$

Vértice

$f(x) = x^2 - 4x - 5$

Vértice

$f(x) = 3x^2 - 15x + 6$

Vértice

$f(x) = 2x^2 - 8x$

Vértice

$f(x) = -x^2 - 12x + 3$

Vértice