

Números Racionales

Nombre: _____ curso: _____

Objetivo:

Conocer las características del conjunto de los números racionales.

Comprender y aplicar las propiedades de transformación de números racionales (De fracción a decimal y viceversa)

Definición:

El conjunto de los Números Racionales (Q) se ha construido a partir del conjunto de los Números Enteros (Z).

$$Q = \{ \dots - \frac{3}{4}, - \frac{1}{2}, - \frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \dots \}$$

El conjunto de los Números Racionales se creó debido a las limitaciones de cálculo que se presentaban en el conjunto de los Números Naturales y Números Enteros. Por ejemplo, sólo se puede dividir en el conjunto de los Números Enteros si y sólo si el dividendo es múltiplo, distinto de cero, del divisor. Para solucionar esta dificultad, se creó este conjunto, el cual está formado por todos los números de la forma a/b . Esta fracción en la cual el numerador es a, es un número entero y el denominador b, es un número entero distinto de cero.

Se expresa por comprensión como:

$$Q = \{ a/b \text{ tal que } a \text{ y } b \in \mathbb{Z}; \text{ y } b \neq 0 \}$$

Este conjunto se representa gráficamente, dividiendo cada intervalo de una recta numérica en espacios iguales, que representen números enteros. Cada una de estas subdivisiones representa una fracción con denominador igual al número de partes de la subdivisión.

Ejemplo:

si dividimos en 8 partes iguales el segmento de la recta numérica comprendido entre 0 y 1 obtenemos las siguientes fracciones



Cada fracción es un número racional y cada número racional consta de infinitas fracciones equivalentes. Un número decimal será racional siempre y cuando se pueda expresar como fracción.

Transformar decimal a fracción

Los números decimales pueden clasificarse en:

a) decimales finitos: son aquellos que tienen fin, es decir, no hay un número que se repita.



Ejemplos: 4,56 ; 0,0003 ; 2,9876 : 0,1 ; 3,42 , etc.

Siempre que se divida el numerador por el denominador, y la división termine y se obtenga resto cero , la división es exacta y su resultado será un decimal finito.

$$\frac{2}{5} = 2 : 5 = 0,4 \longrightarrow \boxed{\text{Decimal finito}}$$

Un decimal finito representa una fracción decimal.

b) decimales infinitos: son aquellos números que no se acaban, es decir, hay uno o varios números que se repiten infinitamente. Por ejemplo: 0,333333..... Es infinito por que el 3 se repite indefinidamente. Estos números son divisiones inexactas. No representan una fracción decimal.

$$\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0,33333 \longrightarrow \boxed{\text{Decimal infinito}}$$

Los decimales infinitos pueden ser: infinitos puros, infinitos periódicos e infinitos semiperiódicos.

Al conjunto de los números racionales sólo pertenecen los números decimales infinitos periódicos y semiperiódicos. Los decimales infinitos puros pertenecen al conjunto de los números irracionales, porque no pueden transformarse en fracción.

c) decimales infinitos periódicos : son aquellos que tiene una o más cifras que se repiten sucesiva e infinitamente , formando el período . Se escribe en forma abreviada coronando al período con un pequeño trazo.

$$\frac{7}{9} = 0,777... = 0,\overline{7}$$

Decimal periódico
Período : 7

d) decimales infinitos semiperiódicos : En estos decimales aparecen una o más cifras antes del período. El número formado por dichas cifras se llama anteperíodo (es un número que está entre la coma y la rayita).

$$\frac{7}{30} = 0,2333... = 0,2\overline{3}$$

Decimal semiperiódico
Período : 3
Anteperíodo : 2

1. Transformación de un decimal finito a fracción

Se convierte el número a fracción decimal y, si se puede, se simplifica. Para transformar el número decimal a fracción decimal se utilizan potencias de diez (10, 100, 1.000, etc.). Se colocan tantos ceros como cifras decimales tenga el número.

Ejemplo 1:

$$0,045 = \frac{45_{\pm 5}}{1.000_{\pm 5}} = \frac{9}{200}$$

Se anota el número, en este caso 45. Se divide por 1.000, porque hay tres espacios decimales ocupados, luego simplificamos por 5

Ejemplo 2:



$$1,2 = \frac{12_{-2}}{10_{+2}} = \frac{6}{5}$$

2. Transformación de un decimal infinito periódico en fracción

Los pasos a seguir son los siguientes:

- Se anota el número y se le resta él o los números que están antes del período (de la rayita)
- Se coloca como denominador un 9 por cada número que está en el período (si hay un número bajo la rayita se coloca un 9, si hay dos números bajo el período se coloca 99, etc.). Si se puede simplificar, se simplifica.

$$\begin{aligned} 2,666\dots &= 2,\overline{6} \\ 2,\overline{6} &= \frac{26-2}{9} = \frac{24}{9} \\ &= \frac{24 \div 3}{9 \div 3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} \\ 2,\overline{6} &= 2\frac{2}{3} \end{aligned}$$

Otro ejemplo: Expresar como fracción 57,18181818....

$$57,\overline{18} = \frac{5.718 - 57}{99} = \frac{5.661_{-99}}{99_{-99}} = \frac{629}{11}$$

3. Transformación de decimal infinito semiperiódico a fracción

- El numerador de la fracción se obtiene, al igual que en el caso anterior, restando al número la parte entera y el anteperíodo, o sea, todo lo que está antes de la "rayita".
- El denominador de la fracción se obtiene colocando tantos 9 como cifras tenga el período y tantos 0 como cifras tenga el anteperíodo. Como siempre, el resultado se expresa como fracción irreducible (no se puede simplificar más) o como número mixto.

$$\begin{aligned} 2,466\dots &= 2,4\overline{6} \\ 2,4\overline{6} &= \frac{246-24}{90} = \frac{222}{90} = \\ &= \frac{222}{90} = \frac{37}{15} = 2\frac{7}{15} \end{aligned}$$

Ejercicios

Nombre: _____ curso: _____

1. Convierte las fracciones en decimales.

a) $\frac{18}{20} =$

g) $\frac{9}{13} =$

b) $\frac{1}{3} =$

h) $\frac{4}{5} =$

c) $\frac{7}{8} =$

i) $\frac{3}{11} =$

d) $\frac{11}{19} =$

j) $\frac{14}{18} =$

e) $\frac{7}{18} =$

k) $\frac{2}{4} =$

f) $\frac{6}{9} =$

l) $\frac{9}{20} =$

2. Convierte los decimales en fracciones.

a) $0.591 =$

g) $0.3 =$

b) $0.305 =$

h) $0.8 =$

c) $0.\overline{703} =$

i) $0.5 =$

d) $0.79\overline{3} =$

j) $0.\overline{7} =$

e) $0.\overline{34} =$

k) $0.\overline{68} =$

f) $0.4\overline{86} =$

l) $0.1\overline{35} =$



3. Anota \in si el número pertenece al conjunto numérico, en caso contrario anota \notin (no pertenece).

a. $-45 \in \mathbb{N}$

d. $1\,508 \in \mathbb{Z}$

g. $-72 \in \mathbb{Z}$

b. $\frac{1}{7} \in \mathbb{Z}$

e. $1,14142 \in \mathbb{Q}$

h. $\pi \in \mathbb{Q}$

c. $-\frac{1}{12} \in \mathbb{Q}$

f. $0,5 \in \mathbb{N}$

i. $108 \in \mathbb{N}$

4. Completa con *es*, *puede ser* o *no es*.

- Un número entero _____ un número racional.
- Un número decimal infinito _____ representado como fracción.
- Una raíz cuadrada no exacta _____ un número racional.
- Una fracción irreducible _____ equivalente a un número decimal periódico.

5. Completa cada enunciado.

- La representación decimal de $\frac{1}{9}$ es un número decimal _____
- $\frac{1}{15}$ se puede expresar como un número decimal _____
- Si un número se puede expresar de la forma $\frac{a}{b}$, en la que a y b son números enteros y $b \neq 0$, entonces es un número _____.
- La representación decimal de $\frac{1}{2}$ es un número _____

6. Completa el siguiente diagrama con los distintos números racionales (que no son números enteros).

