

Unidad 0: Matemática 3° medio
N° 3

Inicio

Estimado estudiante, con la siguiente guía, podrás comprender la función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$ adecuando modelos a situaciones en contextos de economía. Al finalizar, habrás descubierto estrategias para reconocer modelos matemáticos como la función cuadrática.

Objetivo de la clase: Identificar características de la función cuadrática, de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ donde $a \neq 0$, en contextos económicos que involucran la oferta y demanda.

 **Actividad N°1 (20 minutos aproximados)**

1. Junto a tu compañero definan lo que entienden por los siguientes términos:

a. Demanda:

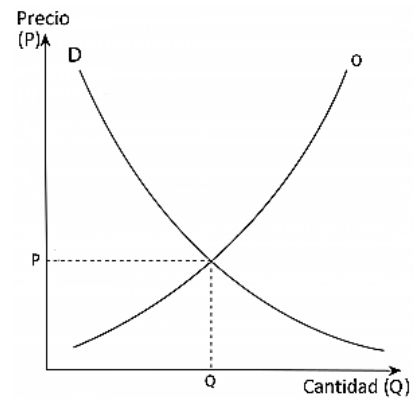
b. Oferta:

2. Lee y comenta con tu compañero de banco el siguiente texto:

La demanda que un consumidor tiene de un determinado producto o servicio puede estar influenciada por diferentes factores que determinan la cantidad de producto solicitado o demandado o, incluso, si éste tiene demanda o no.

¿Qué factores crees que sean?

Estos factores pueden cambiar a través del tiempo. En el análisis económico se mantienen constantes todos los factores menos el precio; estableciéndose una relación entre el **precio** y la **cantidad** demandada de un producto o servicio. Esta relación se conoce como la curva de demanda (D) y la relación entre el precio de un bien y la cantidad ofrecida corresponde a la curva de oferta (O) A continuación se presentan ambas curvas.



En los mercados, los compradores reflejan sus deseos en la demanda y los vendedores buscan obtener ganancias al ofrecer productos que los consumidores estén buscando. Esta demanda y oferta permiten determinar los precios con los cuales se intercambian los productos.

¿Por qué piensas que es importante el precio?

¿Qué representan la curva de la oferta y la curva de la demanda?

¿Qué representa el punto de intersección de ambas gráficas?

Es importante aclarar que los ejercicios propuestos en la siguiente guía la variable precio (\$) toma valores pequeños para resguardar que la atención este centrada en los conceptos matemáticos y no en el cálculo.

3. Un auditorio tiene una capacidad para contener 1 200 personas. El productor de una obra de teatro estima que si cobra \$30 por localidad, podría contar con 500 espectadores y que por cada \$1 de rebaja podrían asistir 50 personas más. Además, afirma que si se usa la máxima capacidad no se obtendrá el máximo ingreso. ¿Estás de acuerdo con la afirmación? Explica.



Actividad N° 2: Práctica guiada (30 minutos aproximados)

1. Lea la siguiente situación y responda las preguntas:

La función $p(q) = 1000 - 2q$ donde p representa el precio por unidad cuando los consumidores demandan q unidades por semana.

- a. La función $p(q)$ ¿Qué tipo de función es?
- b. ¿Cuál es el precio por unidad si la demanda semanal es de 200 unidades?
- c. Si la demanda aumenta ¿qué sucede con la variable precio? De un ejemplo

La función $I(q) = p \cdot q$ representa el ingreso que una empresa percibe por la cantidad q de productos pedidos o demandados.

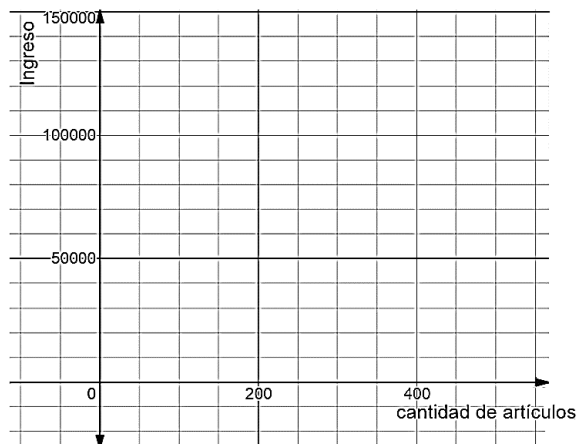
Luego la función de ingreso según la cantidad de artículos demandados queda dada por

$I(q) = p \cdot q$, pero, sabemos que $p = 1000 - 2q$ luego

$$I(q) = (1000 - 2q) \cdot q$$

$$I(q) = 1000q - 2q^2$$

a. En la siguiente cuadrícula grafique la función $I(q)$:

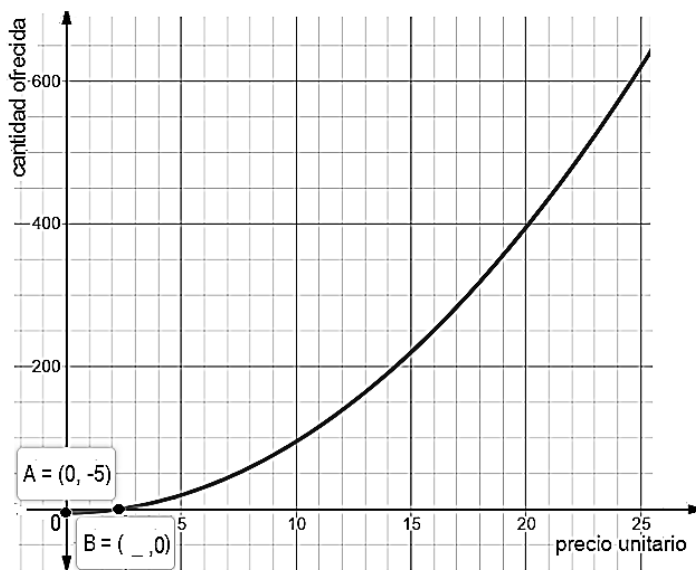


b. La función $I(q)$ ¿qué tipo de función es lineal, afín o cuadrática? ¿por qué?

c. Determine las coordenadas del vértice sabiendo que $V = \left(\frac{-b}{2a}, I\left(\frac{-b}{2a}\right) \right) =$

d. Considerando el contexto, ¿qué representan las coordenadas del vértice?

2. La siguiente gráfica representa la cantidad de lentes de sol que los comerciantes están dispuestos a ofrecer a medida que el precio de cada lente sube de valor.



a. ¿Cuál es el valor de la abscisa del punto B marcado en el gráfico?

b. ¿Cómo se puede interpretar este punto según el contexto?

c. ¿Cómo puedes interpretar los valores que puede tomar la cantidad ofrecida, cuando el precio de cada lente esta entre 0 y $\sqrt{5}$?

d. ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas representa la función del gráfico?

- a) $f(p) = p^2 + 5$
- b) $m(p) = p^2 - 5$
- c) $n(p) = -p^2$
- d) $g(p) = p^2$

e. Completa la siguiente tabla con los datos que faltan (sugerencia: usa la función del ejercicio anterior).

Precio unitario (p en \$)	5	10	15	20	25	30	35
Cantidad ofrecida (q)		95					

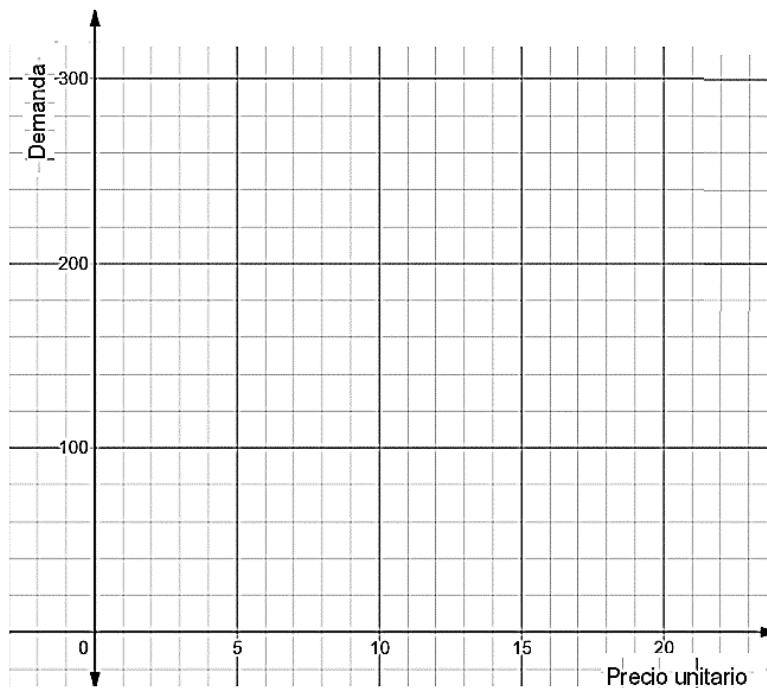
f. Según el contexto describe ¿cómo varía la curva que modela la oferta?

 **Chequeo de la comprensión**

La siguiente tabla indica los resultados de una encuesta de opinión aplicada a compradores de un producto, respecto de las cantidades que están dispuestos a solicitar o demandar según los distintos precios:

Precio unitario (p)	0	3	8	10	11	15	20
Cantidad demanda (q)	160	238	288	280	270	190	0

a. Ubica los puntos en la siguiente cuadrícula considerando que corresponden a una función cuadrática:



b. ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas representa la función anterior? Fundamenta tu respuesta calculando las coordenadas de los puntos de corte con los ejes coordenados, las coordenadas del vértice de la parábola y su orientación (abierta hacia arriba o hacia abajo)

- a) $n(p) = -2p^2 + 32p + 160$
- b) $f(p) = -2p^2 + 32p - 160$
- c) $m(p) = 2p^2 + 32p + 160$
- d) $h(p) = 2p^2 - 32p + 160$

Intersección con los ejes:

Coordenadas del vértice:

Orientación de la parábola:

c. Según el contexto, ¿cómo puedes interpretar el vértice de la parábola?

d. Considerando el contexto ¿qué información entrega los puntos de intersección con los ejes coordenados?

e. Según el contexto, ¿cómo varía la curva de la demanda?



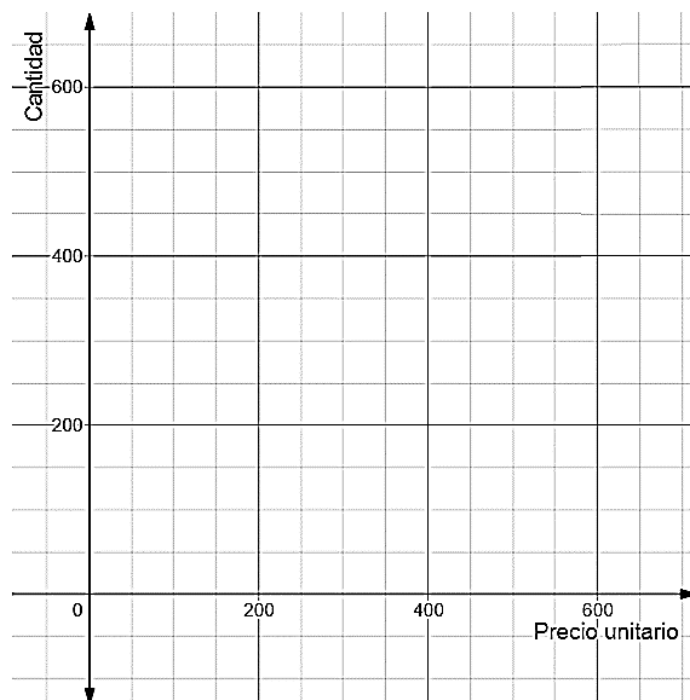
Actividad N° 3: Práctica independiente (30 minutos aproximados)

1. Cuando los demandantes están dispuestos a comprar las mismas unidades que los oferentes quieren fabricar, por el mismo precio, se llama punto de equilibrio.

Dada la función de la oferta $O(p) = p^2 - 5$ y la demanda $D(p) = -2p^2 + 32p + 160$ de un artículo donde p representa el precio del artículo. Determina las coordenadas del punto de equilibrio, es decir, el punto de intersección de ambas funciones y qué información entrega.


2. Determina la cantidad y el precio de equilibrio de un producto cuyas funciones de oferta y demanda son: $O(p) = 0,01 p^2 - 100$ y $D(p) = 600 - 1,5p$

Representa en la siguiente cuadrícula ambas funciones:



3. Determina la cantidad y el precio de equilibrio de un producto si las funciones de oferta y demanda son respectivamente:

$$O(p) = -200 + \frac{1}{4} p^2 \text{ y } D(p) = 1000 - \frac{1}{2} p^2$$

 **Actividad de síntesis (10 minutos aproximados)**

Un auditorio tiene una capacidad para contener 1 200 personas. El productor de una obra de teatro estima que si cobra \$30 por localidad, podría contar con 500 espectadores y que por cada \$1 de rebaja podrían asistir 50 personas más. Además, afirma que si se usa la máxima capacidad no se obtendrá el máximo ingreso.

Para verificar si está en lo correcto el productor, determina las coordenadas del punto máximo considerando que la función de ingreso está dada por $I(x) = -50x^2 + 1000x + 15000$ donde x representa la cantidad de veces que se rebaja el precio.

Luego determina el precio de la entrada y la cantidad de espectadores para alcanzar el máximo de ingreso.

